# Generalized Linear Models（广义线性模型）

## 指数分布族

在介绍广义线性模型之前，先引入指数分布族的概念。

其原型是

如果一个分布可以用上面的形式表示，那么这个分布就属于指数分布族。

对参数做一些解释：

* 是分布的自然参数（natural parameter）或称为标准参数（canonical parameter）
* 是充分统计量，能够准确反映原数据分布的参数集，比如高斯分布的期望和协方差。在这里让
* 是对数分割函数
* 是一个归一化常数，使得和为1

#### 伯努利分布

让，反解得，，

就是指数分布族的结构了。

值得注意的是，下面提到了广义线性模型中，和是线性关系，，代入，正是逻辑回归中使用的，在随后的构建逻辑回归的广义线性模型中，会更详细地解释这个“巧合”。

#### 高斯分布

因为方差表示的是点在预测直线上的离散情况，对我们做线性回归没有影响，所以设其为1。则有

## 广义线性模型

在预测问题中，我们希望能用一个基于参数和输入的线性组合的线性函数来作为估计值，而线性函数的值往往不能直接得到我们想要的估计。所以我们引入广义线性模型，将线性函数构建成广义线性模型。

构建广义线性模型需要基于以下假设

1. 给定特征属性和参数，的条件概率服从指数分布族。
2. 计算的期望值，也就是。
3. 和是线性关系，。

#### 最小二乘模型（线性回归）

这里我们需要先假设在给定的分布是高斯分布。

这就是为什么线性回归中我们可以直接使用来预测值。如果能够拟合，那么就会均匀地分布在预测函数的周围，所以方差是无关紧要的。

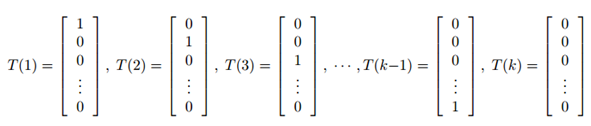
#### 逻辑回归

二分类问题中，我们知道可以试用伯努利分布在构建模型，根据先前的推导，我们发现

这就是为什么我们在逻辑回归中，计算完后要调用函数

#### Softmax回归

在多分类问题中，，每个类别的输出概率满足。这里的实际上是一个的向量，其对应分类的位为1，其余位为0，每一个分类对应一个，。



可得

其中

所以有 即函数

构造模型：

这里我们让最后一列全为0，这样构造的就会等于0。

=

=

=

=

参考：

[【广义线性模型】](https://www.cnblogs.com/czdbest/p/5769326.html)